

ОТ ЕГЭ-2024 К ЕГЭ-2025

Вольфсон Георгий Игоревич,
руководитель ПК ЕГЭ по математике в СПб

Немного статистики (2024)

Код темы	Название темы	№ в КИМ	Уровень	Ср. % вып.
7.1	Фигуры на плоскости	1	Б	82
7.5	Координаты и векторы	2	Б	85
7.3; 7.4	Многогранники. Тела и поверхности вращения	3	Б	70
6.2	Вероятность	4	Б	93
6.2	Вероятность	5	П	73
2.2; 2.4	Иррациональные уравнения. Показательные и логарифмические уравнения	6	Б	97

Немного статистики (2024)

Код темы	Название темы	№ в КИМ	Уровень	Ср. % вып.
1.5; 1.6; 1.8	Синус, косинус и тангенс числового аргумента. Арксинус, арккосинус, арктангенс числового аргумента. Логарифм числа. Десятичные и натуральные логарифмы. Преобразование выражений	7	Б	59
4.1; 4.2	Производная функции. Производные элементарных функций. Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке	8	Б	61
2.1; 2.2	Целые и дробно-рациональные уравнения. Иррациональные уравнения	9	П	69
2.1	Целые и дробно-рациональные уравнения	10	П	76
3.3; 3.5	Степенная функция с натуральным и целым показателем. Её свойства и график. Свойства и график корня n -ой степени. Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики	11	П	85
4.1; 4.2	Производная функции. Производные элементарных функций. Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке	12	П	70

Немного статистики (2024)

2.3	Тригонометрические уравнения	13	П	47
7.1; 7.2; 7.3	Фигуры на плоскости. Прямые и плоскости в пространстве. Многогранники	14	П	4
2.5; 2.7	Целые и дробно-рациональные неравенства. Показательные и логарифмические неравенства	15	П	27
1.1; 1.2	Натуральные и целые числа. Признаки делимости целых чисел. Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби	16	П	28
7.1	Фигуры на плоскости	17	П	9
2.9; 2.5; 2.10	Системы и совокупности уравнений и неравенств. Целые и дробно-рациональные неравенства. Уравнения, неравенства и системы с параметрами	18	В	5
1.1; 1.2	Натуральные и целые числа. Признаки делимости целых чисел. Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби	19	В	15

Немного статистики (2024)

Задание	Средний процент выполнения	Группа 1, 0–4 ПБ	Группа 2, 5–10 ПБ	Группа 3, 11–17 ПБ	Группа 4, 18–32 ПБ
1	82,4	27,8	71,8	92,3	98,2
2	84,9	22,4	75,7	95,6	99,0
3	69,9	14,9	50,7	81,9	96,2
4	92,8	65,3	90,2	96,4	98,9
5	72,6	12,4	55,4	85,8	94,4
6	97,1	75,4	97,1	99,2	99,7
7	59,0	5,6	28,4	75,3	95,3
8	61,2	10,6	36,6	74,7	92,3
9	68,5	15,0	54,0	78,5	90,3
10	75,5	8,9	56,3	90,9	98,5
11	84,7	17,2	73,5	97,5	99,6
12	69,6	5,8	47,8	85,7	94,7

Немного статистики (2024)

Задание	Средний процент выполнения	Группа 1, 0–4 ПБ	Группа 2, 5–10 ПБ	Группа 3, 11–17 ПБ	Группа 4, 18–32 ПБ
13	47,0	0,2	7,6	64,4	94,8
14	4,0	0,02	0,13	1,1	19,1
15	27,3	0,01	0,7	25,5	88,0
16	28,8	0,09	2,4	28,9	85,3
17	8,6	0,04	0,33	3,8	36,9
18	5,2	0,0	0,02	0,74	26,3
19	15,4	2,5	7,4	15,4	34,2

Задание 13

а) Решите уравнение $2\cos^2 x + \sin^2 x = 2\cos^3 x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

а) Решите уравнение $\frac{4^{\sin 2x} - 2^{2\sqrt{3}\sin x}}{\sqrt{7}\sin x} = 0$.

б) Найдите все его корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{13\pi}{2}; -5\pi\right]$

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а), ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

а) Решите уравнение $2\cos^2 x + \sin^2 x = 2\cos^3 x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

а) Решите уравнение $\frac{4^{\sin 2x} - 2^{2\sqrt{3}\sin x}}{\sqrt{7}\sin x} = 0$.

б) Найдите все его корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{13\pi}{2}; -5\pi\right]$

Задание 14

В правильной четырехугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскость α проходит через вершины B_1 и D , пересекает стороны AA_1 и CC_1 в точках M и K соответственно, а сечение призмы плоскостью α является ромбом.

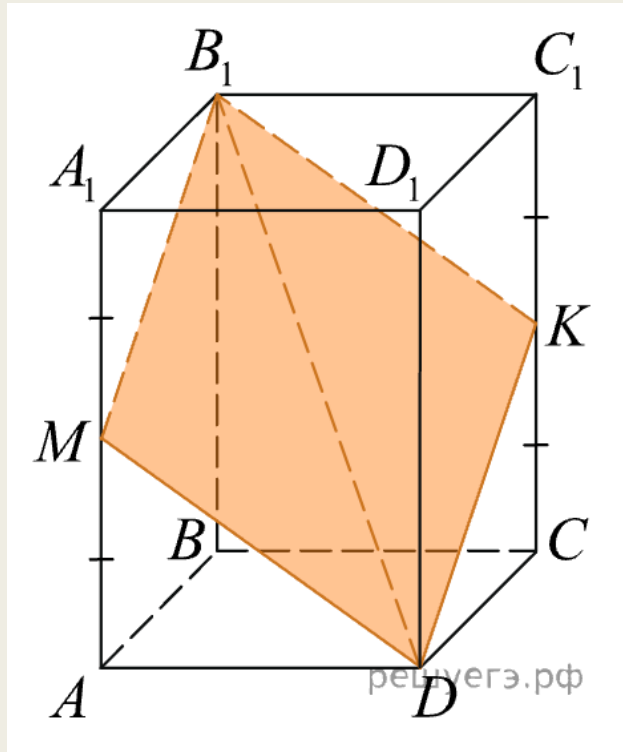
а) Докажите, что точка M — середина ребра AA_1 .

б) Найдите высоту призмы, если площадь основания равна 3, а площадь сечения равна 6.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а), и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

В правильной четырехугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскость α проходит через вершины B_1 и D , пересекает стороны AA_1 и CC_1 в точках M и K соответственно, а сечение призмы плоскостью α является ромбом.

- а) Докажите, что точка M — середина ребра AA_1 .
- б) Найдите высоту призмы, если площадь основания равна 3, а площадь сечения равна 6.



Задание 15

Решите неравенство: $\frac{49^x - 6 \cdot 7^x + 3}{7^x - 5} + \frac{6 \cdot 7^x - 39}{7^x - 7} \leq 7^x + 5.$

Решите неравенство $\log_3 \left(\frac{1}{x} - 1 \right) + \log_3 \left(\frac{1}{x} + 1 \right) \leq \log_3 (8x - 1).$

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решите неравенство: $\frac{49^x - 6 \cdot 7^x + 3}{7^x - 5} + \frac{6 \cdot 7^x - 39}{7^x - 7} \leq 7^x + 5.$

Решите неравенство $\log_3 \left(\frac{1}{x} - 1 \right) + \log_3 \left(\frac{1}{x} + 1 \right) \leq \log_3 (8x - 1).$

Задача 16

В июле 2026 года планируется взять кредит на 3 года в размере 800 тысяч рублей. Условия его возврата таковы:

- в январе 2027 и 2028 годов долг будет возрастать на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2029 года долг будет возрастать на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга.

Платежи в 2027, 2028 и 2029 годах должны быть равными; к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Найдите сумму всех платежей после полного погашения кредита.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Задача 17

Пятиугольник $ABCDE$ — вписанный, точка M — пересечение диагоналей BE и AD . Известно, что $BCDM$ — параллелограмм.

а) Докажите, что две стороны пятиугольника равны.

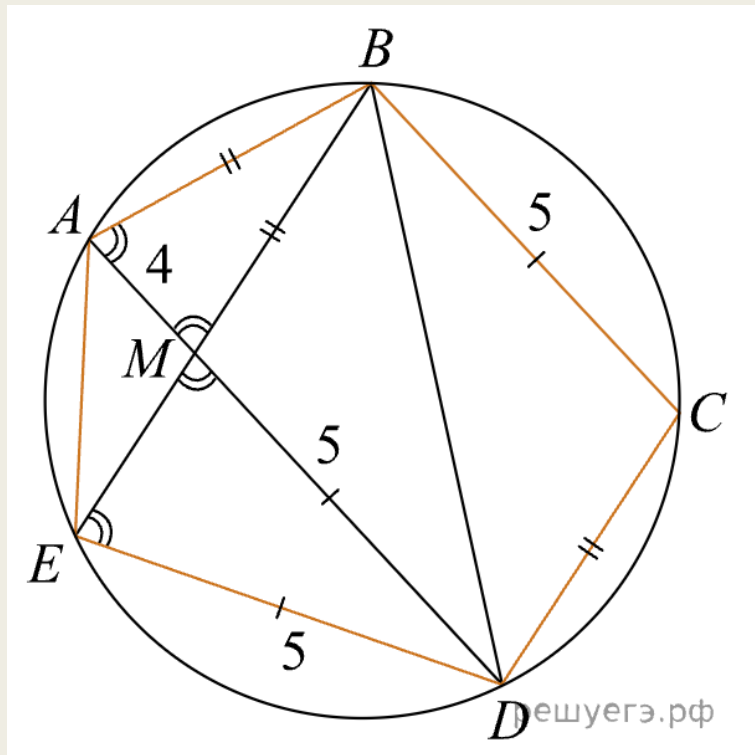
б) Найдите AB , если известно, что $BE = 12$, $BC = 5$, $AD = 9$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а), и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Пятиугольник $ABCDE$ — вписанный, точка M — пересечение диагоналей BE и AD . Известно, что $BCDM$ — параллелограмм.

а) Докажите, что две стороны пятиугольника равны.

б) Найдите AB , если известно, что $BE = 12$, $BC = 5$, $AD = 9$.



Пятиугольник $ABCDE$ — вписанный, точка M — пересечение диагоналей BE и AD . Известно, что $BCDM$ — параллелограмм.

а) Докажите, что две стороны пятиугольника равны.

б) Найдите AB , если известно, что $BE = 12$, $BC = 5$, $AD = 9$.

Задача 18

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$x^2 - (x - 1)\sqrt{3x - a} = x$$

имеет один корень на отрезке $[0; 1]$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получены верные значения параметра, но допущен недочет	3
С помощью верного рассуждения получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом верно выполнены все шаги решения, ИЛИ в решении верно найдены все граничные точки множества значений параметра, но неверно определены промежутки значений	2
В случае аналитического решения: задача верно сведена к набору решенных уравнений и неравенств с учетом требуемых ограничений, ИЛИ в случае графического решения: задача верно сведена к исследованию взаимного расположения линий (изображены необходимые фигуры, учтены ограничения, указана связь исходной задачи с построенными фигурами)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$x^2 - (x - 1)\sqrt{3x - a} = x$$

имеет один корень на отрезке $[0; 1]$.

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$x^2 - (x - 1)\sqrt{3x - a} = x$$

имеет один корень на отрезке $[0; 1]$.

Задача 19

Из набора цифр 1, 2, 3, 4, 6, 7 и 9 составляют пару чисел, используя каждую цифру один раз.

а) Может ли сумма такой пары чисел равняться 15 008?

б) Может ли сумма такой пары чисел равняться 94 358?

в) Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел в такой паре?

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а), б) и в).	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте в) и обоснованно получен верный ответ в пункте а) или б).	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а) и б) ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте в)	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а) или б).	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	4

Из набора цифр 1, 2, 3, 4, 6, 7 и 9 составляют пару чисел, используя каждую цифру один раз.

а) Может ли сумма такой пары чисел равняться 15 008?

б) Может ли сумма такой пары чисел равняться 94 358?

в) Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел в такой паре?

Из набора цифр 1, 2, 3, 4, 6, 7 и 9 составляют пару чисел, используя каждую цифру один раз.

а) Может ли сумма такой пары чисел равняться 15 008?

б) Может ли сумма такой пары чисел равняться 94 358?

в) Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел в такой паре?